TÖL101G - Tölvunarfræði 1
Vikublað 11
Lausn

Æfingar

4.1.3

Ef við keyrum FourSum fyrir 250, 500, 750 og 1000 tölur (og sleppum því að prenta) fást tímarnir (0.64, 6.73, 36.15, 113.79). Ef við plottum á log-log kvarða er besta lína með formúluna $y = 3.739 * x - 21.171$ og ef við leysum $y = log(3600)$ fæst $x = 7.852284$ eða $N = 2571$. Því myndi það taka klukkutíma á tölvunni minni að keyra FourSum fyrir 2571 tölur.

4.1.7

a. $\frac{N(N-1)(N-2)(N-3)}{24} = \frac{N^4-4N^3+6N^2-4N-6}{24} \sim \frac{N^4}{24}$
b. $(N-2)(\lg N - 2)(\lg N + 2 \sim N \cdot \lg N \cdot \lg N \sim N \lg^2 N$
c. $N(N+1) - N^2 = N^2 + N - N^2 = N \sim N$
d. $\frac{N(N+1)}{2} + N \lg N = \frac{N^2}{2}(1 + \frac{1}{N} + \frac{\lg N}{N}) \sim \frac{N^2}{2}$
e.

$$\begin{aligned}
&\ln^2((N-1)(N-2)(N-3)) \\
&\qquad = \big(\ln(N^3) + \ln(1-1/N) + \ln(1-2/N) + \ln(1-3/N)\big)^2 \\
&\qquad \sim (3\ln(N))^2 = 9\ln^2(N)
\end{aligned}$$

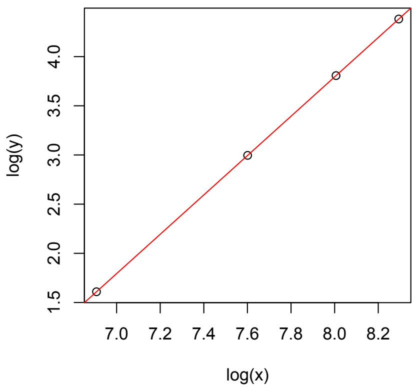
4.1.9

```
1 for (int i = 0; i < N; i++) {
2   for (int j = 0; j < N; j++) {
3     if (i==j) c[i][j] = 1.0;
4     else      c[i][j] = 0.0;
5   }
6 }
```

Við teljum fjölda aðgerða og byrjum innst í for lykkjunum. Kóðinn í línum 3-4 tekur $O(1)$ aðgerðir (fastur fjöldi óháð N). Innsta for lykkjan í línu 2 er keyrð N sinnum og taka því línur 2-4 $O(N)$ tíma í hvert skipti sem þær eru keyrðar. Ysta for lykkjan er keyrð N sinnum og heildartími hennar er því $O(N * N) = O(N^2)$.

4.1.10

Ef við plottum stærð inntaks og keyrslutíma í sekúndum á log-log skala sést að punktarnir liggja á beinni línu með hallatöluna 2.0 og því er formúlan fyrir línunni $T(N) = aN^2$ fyrir eitthvert $a > 0$. Því er ljóst að reikniritið keyrir á kvaðrats tíma eða $O(N^2)$.



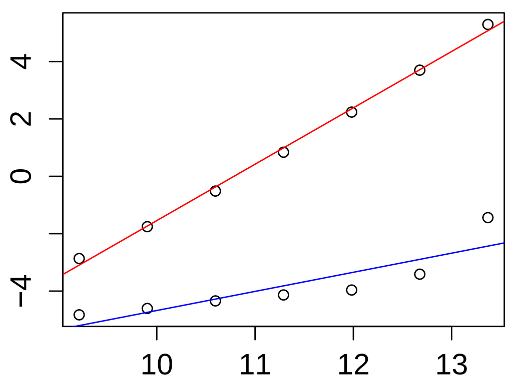
Verkefni

1. Hér breytist þriðja línan í klasanum `TooSimpleVector`.

```
1   public void add(Object o) {
2         if (size >= a.length) {
3             Object[] tmp = new Object[a.length+5];
4             for (int i = 0; i < a.length; i++) {
5                 tmp[i] = a[i];
6             }
7             a = tmp;
8         }
9         a[size] = o;
10        size++;
11    }
```

   Eini munurinn er að nú stendur `a.length+5` í stað `1.25*a.length`.

2. Ef við mælum tímann sem tekur að setja inn 10000, ..., 640000 stök inn í vektorinn fæst eftirfarandi log-log graf



Bláa línan fyrir `SimpleVector` hefur hallatöluna 0.664 og rauða línan sem er fyrir `TooSimpleVector` hefur hallatölun 1.965.

3. Fyrir `TooSimpleVector` og `SimpleVector` hafa sömu hegðun í besta og versta tilfelli. Ef ekki þarf að stækka vektorinn þarf aðeins að framkvæma $O(1)$ aðgerðir. Ef að stækka þarf vektorinn þá tekur það $O(N)$ aðgerðir að búa til nýtt fylki og flytja gömlu gildin yfir.

4. Fyrir `TooSimpleVector` eru framkvæmdar $O(i)$ aðgerðir þegar i-ta stakið veldur stækkun á vektornum en $O(1)$ annars. Þar sem vektorinn stækkar í fjórða hvert skipti verða þetta
$$O\left(\sum_{j=1}^{n/4} j\right) = O\left(\left(\frac{n}{4}\right)^2\right) = O(n^2)$$
aðgerðir.

Fyrir `SimpleVector` er fylkið af stærð $10 \cdot (1.25)^j$ eftir j stækkanir og því eru ekki fleiri en $k = \frac{\log(n)}{\log(1.25)} + O(1)$ stækkanir framvæmdar. Stækkun númer j kostar $10 \cdot (1.25)^j$ aðgerðir og því mætti ætla að að tímakeyrslan væri $O(n \log n)$, en svo er ekki, því það líður lengri og lengri tími á milli stækkana.

Heildar fjöldi aðgerða er

$$\begin{aligned}\sum_{j=0}^{k} 10 \cdot (1.25)^j &= 10\frac{(1.25)^{k+1}}{1.25-1} \\ &= 40 \cdot (1.25)^{\frac{\log(n)}{\log(1.25)} + O(1)} \\ &= 40 \cdot n \cdot (1.25)^{O(1)} \\ &= O(n)\end{aligned}$$

Athugið að hér er mikilvægt að $k = \log_{1.25}(n) + O(1)$ en ekki $k = O(\log_{1.25} n)$ því þá hefðum við fengið margliðu keyrslutíma.