If setningar

```
// F
if (R) {
   S
} else {
   T
}
// E
```

- Til að sanna þetta þarf að sýna að
- {F og R} S {E}
- {F og <u>ekki</u> R } T {E}

- Ef F er satt og R er satt og við keyrum S þá verður E satt
- Ef F er satt og R er ósatt og við keyrum T þá verður E satt

Viljum reikna algildið á x, lxl

```
int x = Integer....
int t;

// Fyrir : ekkert
if ( x >= 0 ) {
    t = x;
} else {
    t = -x;
}
// Eftir: t = |x|.
```

{ef $x \geq 0$} $t = x$ {þá er $t = |x|$}

ok, $t = x = |x|$

því að $x \geq 0$.

{ef $!(x \geq 0)$ þ.e. $x < 0$} $t = -x$ {þá er $t = |x|$}

$t = -x = |x|$

While setningar

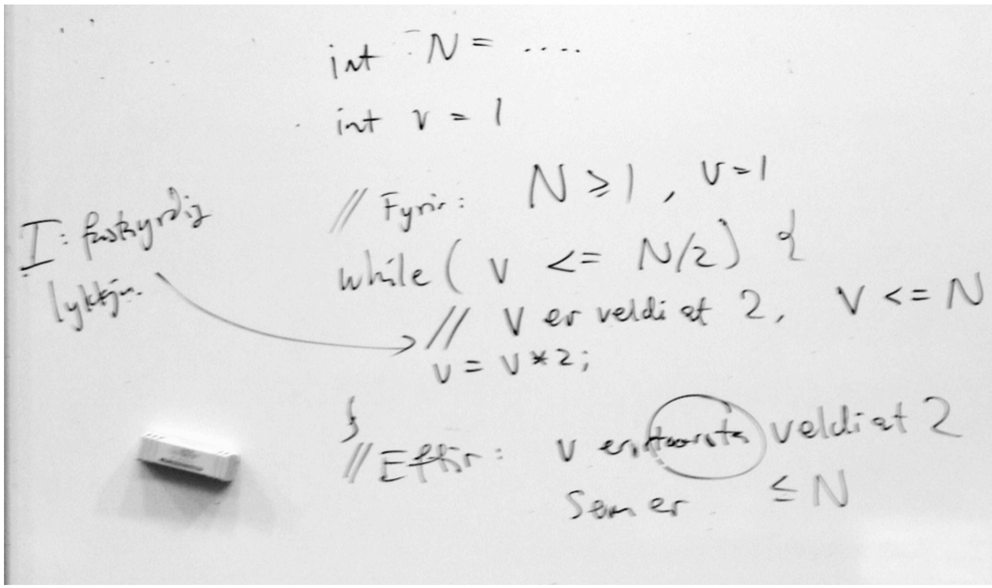
```
// F
while (R) {
  // I
  S
}
// E
```

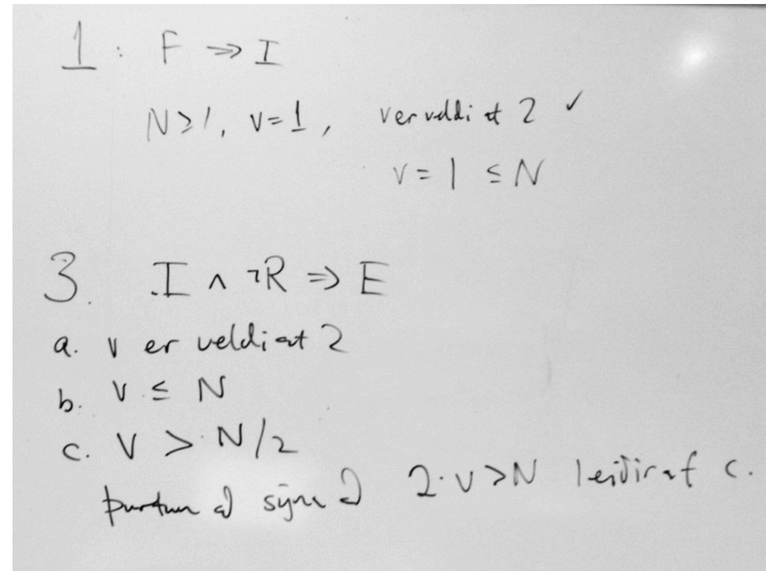
Til að sanna þetta notum við <u>fastayrðingu lykkju</u> `I` til að hjálpa okkur

Þurfum að sanna 3 hluti

1. F leiðir til `I`
2. {R og `I`} S {`I`}
3. `I` og ekki R leiðir til E

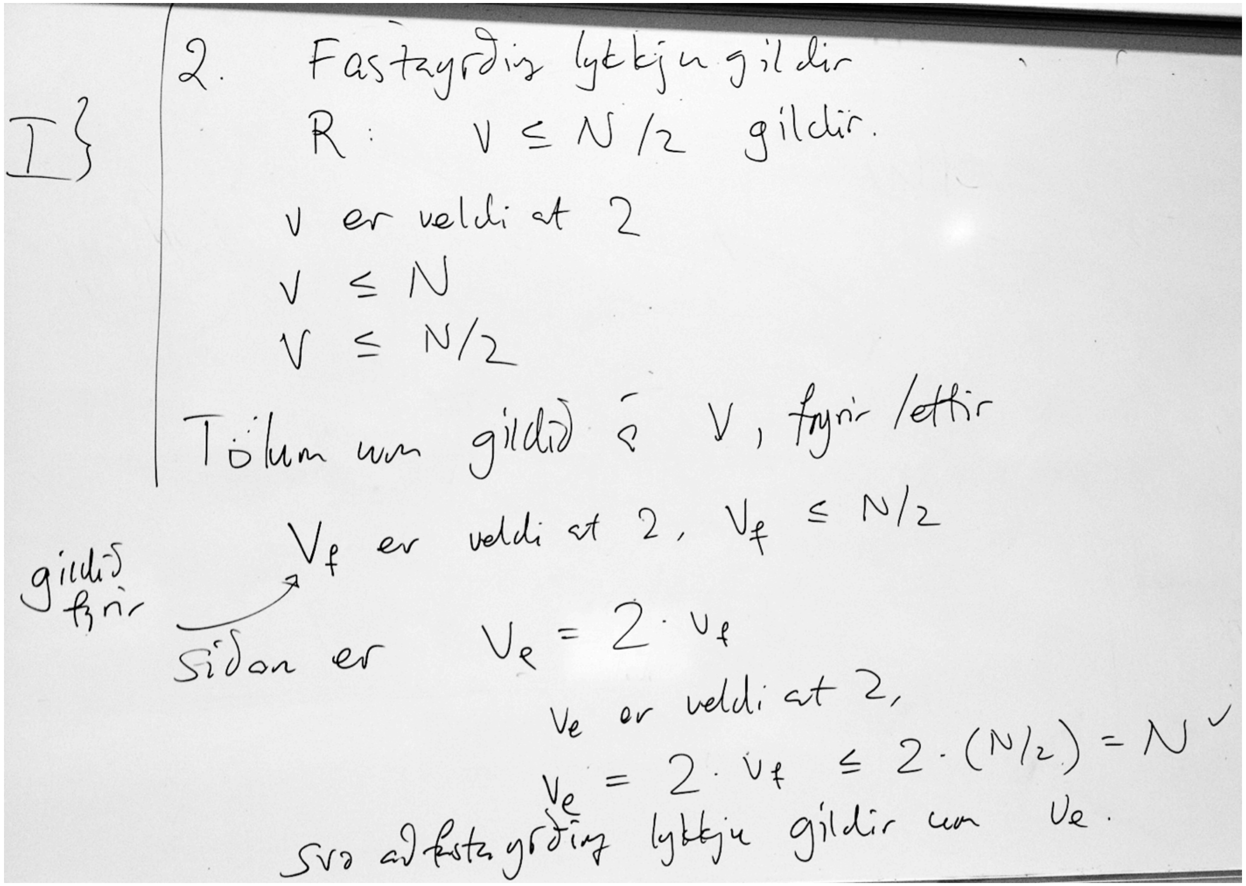
Reiknum út stærsta veldi af 2, minna en N





Klárum svo skref 2 núna.

Síðasta skref



Við notum v_f og v_e til að tákna gildin sem eru geymd í breytunni v fyrir og eftir.

Dæmi

Reikum X^Y fyrir heiltölur. X og Y eru upphaflegu gildin, x,y breytur og p er lokasvar.

```
int x = X, y = Y, p = 1;
// p = 1, x = X, y = Y, y >= 0
while (y > 0) {
    // X^Y = p * x^y, y >=0
    p = p * x;
    y = y - 1;
}
// X^Y = p
```

Sönnun

1. F leiðir til `I`

   Vegna forskilyrðis vitum við að, x=X, y=Y , p = 1 og y >= 0. Þar af leiðir að $X^Y = 1*x^y=p*x^y$

2. {R og `I`} S {`I`}

   Þar sem gildin á p og y breytast í hverri ítrun gerum við greinarmun á p og y fyrir og eftir að við keyrum forritsbútinn í while lykkjunni. Köllum þessi gildi y_f, y_e, p_f, p_e

Vegna þess að `I` gildir þá vitum við að

$XY = p_f * x^{y_f}$ og $y_f >= 0$

Eftir að við keyrum `p = p*x; y=y-1;` þá breytast gildin á p og y og við vitum að

$p_e = p_f * x$ og $y_e = y_f - 1$

Þar sem að R gildir þá er $y_f > 0$ svo $y_e >= 0$

Að lokum sjáum við að

$XY = p_f * x^{y_f} = = p_f * x^{y_f+1} = p_f * x * x^{y_e}$

$= p_e * x^{y_e}$

Svo að fastayrðing lykkju gildir eftir á.

3. I og ekki R leiðir til E
   Þar sem fastayrðing lykkju gildir þá er
   $X^Y = p * x^y, y >=0$
   Fyrst R gildir ekki þá er $y <= 0$, því vitum við að $y = 0$
   En ef $y = 0$ þá er
   $X^Y = p * x^y = p * x^0 = p * 1 = p$
   Svo að eftirskilyrðið gildir.

Þegar þessi þrjú atriði eru uppfyllt höfum við sannað forritið.

Sönnun á töflu

X, Y einhver gildi, $Y \geq 0$.

I: $X^Y = p \cdot x^y$, $y \geq 0$

1. $F \Rightarrow I$

3. $I \wedge \neg R \Rightarrow E$: $\underbrace{X^Y = p \cdot x^y, \; y \geq 0}_{I}$ og $y \leq 0$

Svo að $y = 0$

þá gildir $\underline{\underline{X}}^Y = p \cdot x^y = p \cdot x^0 = p \cdot 1 = p$

(sem er E).

2. $\{I \wedge R\}\ S\ \{I\}$

P_f, P_e

y_f, y_e

I og R gilda um P_f, y_f

$$x^y = P_f \cdot x^{y_f}, \quad y_f \geq 0 \quad \text{og} \quad y_f > 0$$

$$P_e = P_f \cdot x$$

$$y_e = y_f - 1$$

Þá vitum við að

$$X^{y} = P_f \cdot X^{y_f}$$

$$= P_f \cdot X^{y_e + 1} = (P_f \cdot X)\, X^{y_e}$$

$$= P_e \cdot X^{y_e} \quad \checkmark$$

$$y_e = \underbrace{y_f}_{>0} - 1 \geq 0$$

svo það er

≥ 1

Fastayrðing lykkju

- Þarf að vera sönn áður en við byrjum lykkjuna, þ.e. þarf að leiða af forskilyrðinu
- Á að vera sönn eftir að lykkju lýkur
- Jafnvel þótt við förum aldrei í lykkjuna

Betri veldisreikningur

```
int x = X, y = Y, p = 1;
// p = 1, x = X, y = Y, y >= 0
while (y > 0) {
    // X^Y = p * x^y, y >= 0
    if (y%2==1) {
          p = p * x;
          y = y - 1;
    }
    // X^Y = p * x^y, y >= 0, y%2 = 0
    y = y/2;
    x = x*x;
}
// X^Y = p
```

Það er ágætis æfing að renna í gegnum þessa sönnun.

For setningar

Einfaldari en while setningar

```
// F
for (int i = 0; i < N; i++) {
  // G(i)
  S
}
// E
```

Þurfum að sanna

1. F leiðir til G(0)
2. {G(i) og 0<= i < N } S { G(i+1) }
3. G(N) leiðir til E

for lykkju dæmi

x,n heiltölur, viljum reikna x^n

```
// r = 1, n >= 0
for (int i = 0; i < n; i++) {
    // r = x^i
    r = r * x;
}
// r = x^n
```