

Tvinntölur

Viljum gagnatag fyrir tvinntölur

Mengi gilda: tvær rauntölur, raunhluti og þverhluti

API

```
public class Complex
```

```
    Complex(double real, double imag)
```

```
    Complex plus(Complex b)           sum of this number and b
```

```
    Complex times(Complex b)         product of this number and b
```

```
    double abs()                     magnitude
```

```
    String toString()                 string representation
```

$$a = 3 + 4i, \quad b = -2 + 3i$$

$$a + b = 1 + 7i$$

$$a \times b = -18 + i$$

$$|a| = 5$$

Tvinntölur - profuforrit

Einfalt profuforrit: notar gagnatagið prófar ýmsar aðgerðir

```
public static void main(String[] args) {  
    Complex a = new Complex( 3.0, 4.0);  
    Complex b = new Complex(-2.0, 3.0);  
    Complex c = a.times(b);  
    StdOut.println("a = " + a);  
    StdOut.println("b = " + b);  
    StdOut.println("c = " + c);  
}
```

```
% java TestClient  
a = 3.0 + 4.0i  
b = -2.0 + 3.0i  
c = -18.0 + 1.0i
```

Megum ekki skrifa $c = a * b$, :(

Ekki hægt að endurskilgreina +, *, / og [] í Java

Tvinntölur - útfærsla

```
public class Complex {
```

```
    private final double re;  
    private final double im;           tilviksbreytur
```

```
    public Complex(double real, double imag) {  
        re = real;  
        im = imag;  
    }                                   smiður
```

```
    public String toString() { return re + " + " + im + "i"; }
```

```
    public double abs() { return Math.sqrt(re*re + im*im); }
```

```
    public Complex plus(Complex b) {  
        double real = re + b.re;  
        double imag = im + b.im;      ← Býr til nýja tvinntölu og skilar  
        return new Complex(real, imag); tilvísun  
    }
```

```
    public Complex times(Complex b) { ← vísar í tilviksbreytu í b  
        double real = re * b.re - im * b.im;  
        double imag = re * b.im + im * b.re;  
        return new Complex(real, imag);  
    }
```

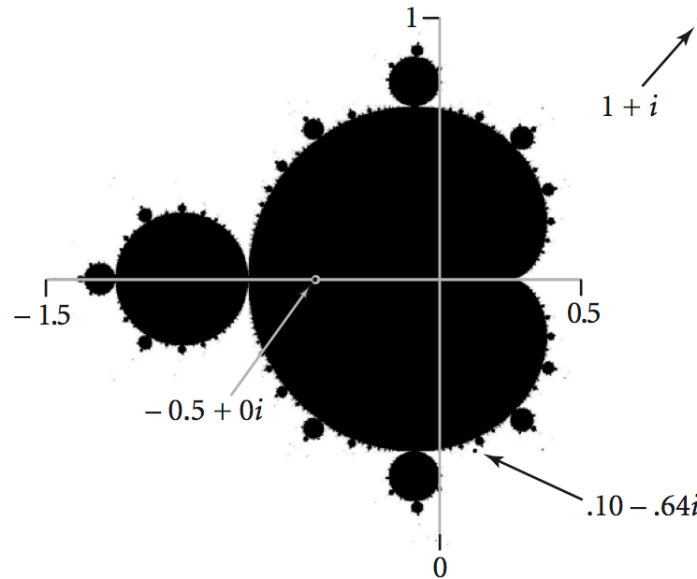
aðferðir

```
}
```

Mandelbrot mengi

Mandelbrot mengi er mengi tvinntalna

Birting: teiknum (x,y) svart ef $z = x + yi$ er í menginu, annars hvítt

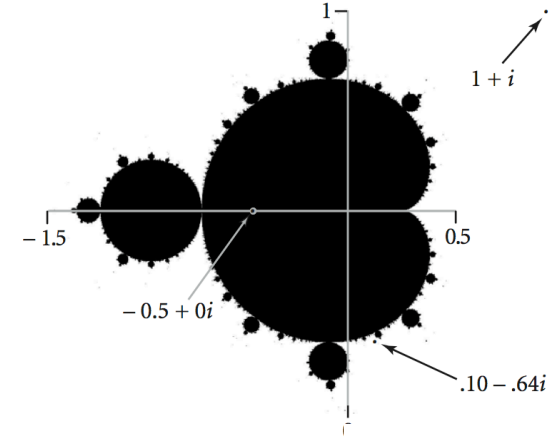


- Engin einföld formúla fyrir menginu
- Lýsum því með reikniriti

Mandelbrot mengi

Mandelbrot mengi: er z_0 í menginu?

- Ítrum: $z_{t+1} = (z_t)^2 + z_0$
- Ef $|z_t|$ er ósamleitin þá er z_0 ekki í menginu annars er z_0 í menginu



t	z_t
0	$-1/2 + 0i$
1	$-1/4 + 0i$
2	$-7/16 + 0i$
3	$-79/256 + 0i$
4	$-26527/65536 + 0i$
5	$-1443801919/4294967296 + 0i$

$z = -1/2$ er í mandelbrot menginu

t	z_t
0	$1 + i$
1	$1 + 3i$
2	$-7 + 7i$
3	$1 - 97i$
4	$-9407 - 193i$
5	$88454401 + 3631103i$

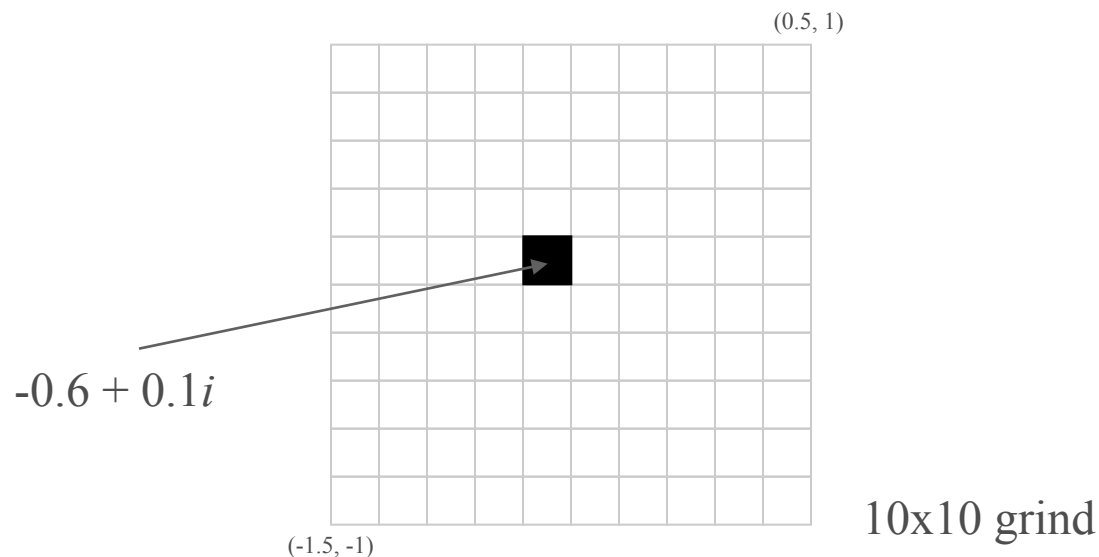
$z = 1 + i$ ekki í Mandelbrot menginu

Birting Mandelbrot mengisins

- Getum ekki birt óendanlega marga punkta
- Getum aðeins ítrað endanlega oft

Nálgun

- Birtum fyrir $N \times N$ grind
- Ef $|z_t| > 2$ fyrir eitthvað t , þá er z ekki í Mandelbrot menginu
- Ef $|z_{255}| < 2$ þá er z “mjög líklega” í Mandelbrot menginu



Mandelbrot útfærsla

Mandelbrot fallið varpar tvinntölum í lit

- Er z_0 í Mandelbrot menginu?
- Skilar hvítum ef nei, annars svörtum

```
public static Color mand(Complex z0) {  
    Complex z = z0;  
    for (int t = 0; t < 255; t++) {  
        if (z.abs() > 2.0) return StdDraw.WHITE;  
        z = z.times(z);  
        z = z.plus(z0);  
    }  
    return StdDraw.BLACK;  
}
```

- Flottari mynd: skilum gráskala t.d. `new Color(255-t, 255-t, 255-t)`

Mandelbrot útfærsla

Plottum Mandelbrot í gráskala

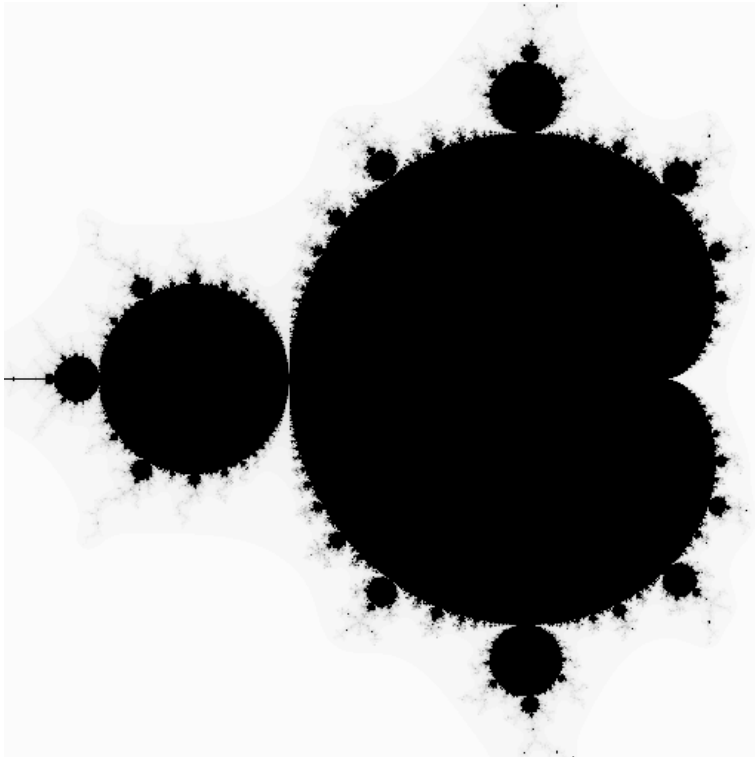
```
public static void main(String[] args) {
    double xc    = Double.parseDouble(args[0]);
    double yc    = Double.parseDouble(args[1]);
    double size  = Double.parseDouble(args[2]);
    int N = 512;
    Picture pic = new Picture(N, N);

    for (int i = 0; i < N; i++) {
        for (int j = 0; j < N; j++) {
            double x0 = xc - size/2 + size*i/N;
            double y0 = yc - size/2 + size*j/N;
            Complex z0 = new Complex(x0, y0);
            Color color = mand(z0);
            pic.set(i, N-1-j, color);
        }
    }
    pic.show();
}
```

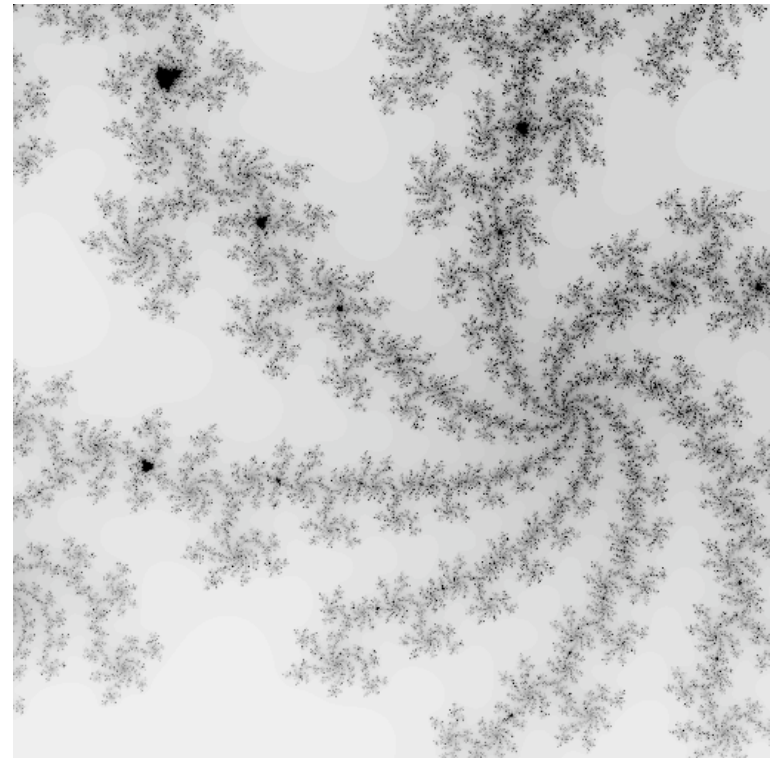
skólum myndina
til að passa á skjá

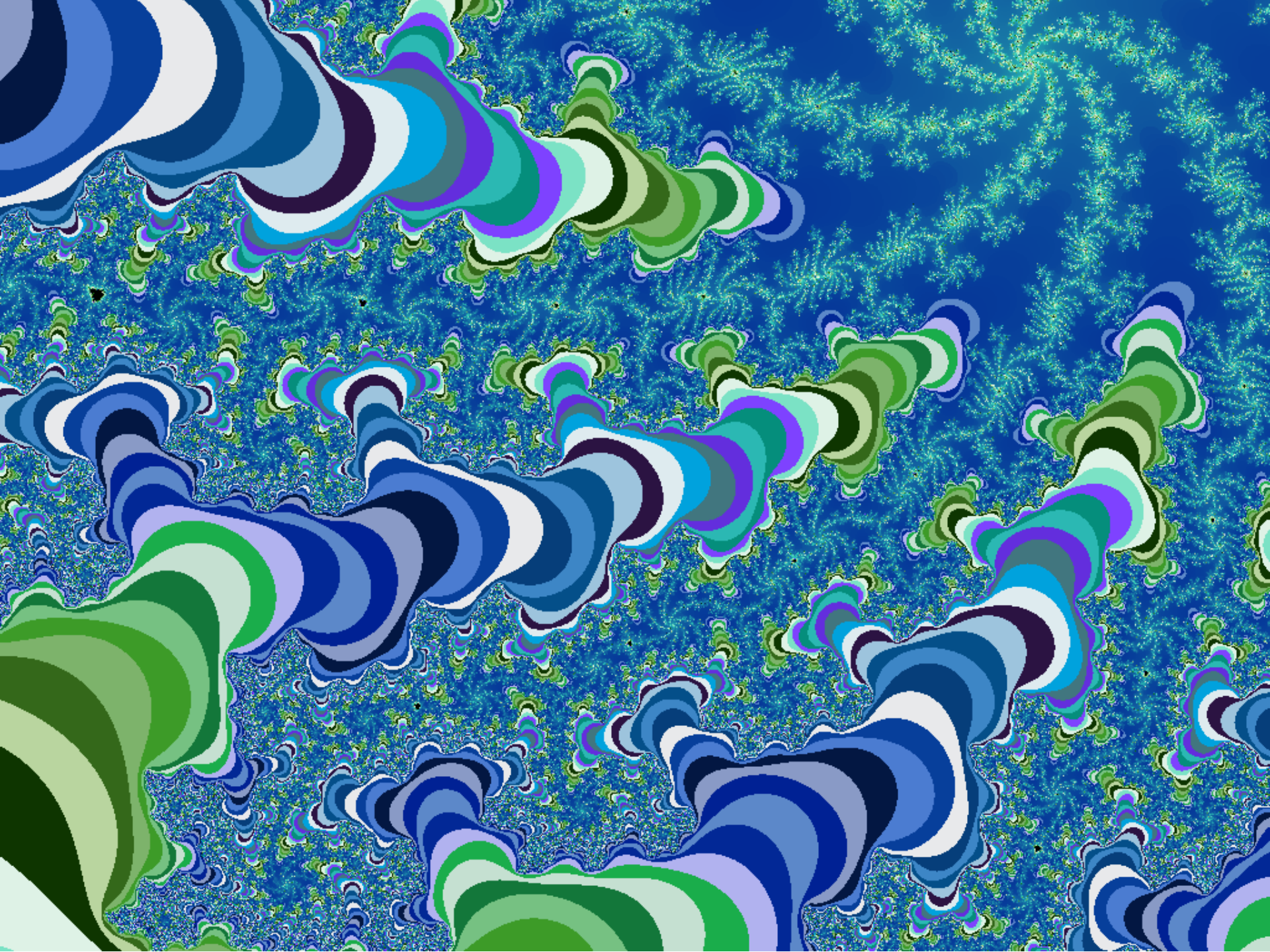
Mandelbrot mengið

```
% java Mandelbrot -.5 0 2
```



```
% java Mandelbrot .1045 -.637 .01
```





Point2D

Einfalt dæmi, gagnatag fyrir tvívíð hnit.

```
public class Point2D {  
    public double x,y;  
    public Point2D() {  
        x = 0.0;  
        y = 0.0;  
    }  
}
```

Point2D

Einfalt dæmi, gagnatag fyrir tvívíð hnit.

```
public class Point2D {  
    public double x,y;  
    public Point2D() {  
        x = 0.0;  
        y = 0.0;  
    }  
}
```

Vandamál: aðrir partar forrits geta breytt hlutum

Point2D

```
public class Point2D {  
    public double x,y;  
    public Point2D() {  
        x = 0.0;  
        y = 0.0;  
    }  
}
```

...

```
Point2D p = new Point2D();
```

```
Point2D r = p;
```

```
r.y = 3.0; // nú er p líka breyttur!
```

Point2D

```
public class Point2D {
    private double x,y;
    public Point2D(double x, double y) {
        this.x = x;
        this.y = y;
    }
    public double getX() { return x;}
    public double getY() { return y;}
    public void setX(double x) { this.x = x;}
    public void setY(double y) { this.y = y;}
}
```

Vandamálið leyst?

Point2D

```
public class Point2D {  
    private double x,y;  
    Point2D(double x, double y) {  
        this.x = x;  
        this.y = y;  
    }  
    public double getX() { return x;}  
    public double getY() { return y;}  
    public void setX(double x) { this.x = x;}  
    public void setY(double y) { this.y = y;}  
}
```

Vandamálið leyst?

```
Point2D p = new Point2D(1.0,3.0);  
r = p;  
r.setX(3.0); // alveg eins og áður!
```

Point2D

Af hverju er þetta vandamál?

Ef við skilgreinum `p` og höldum að hluturinn sé einhverju ástandi þá geta aðrir hlutar forrits breytt því án þess að við tökum eftir því!

```
Point2D p = new Point2D(x,y);
```

```
// athugum að p sé í [0,1] x [0,1]
```

```
fall_af_hinu_illa(p) // breytir gildinu á p, p  
gæti verið
```

```
// hvað sem er
```

```
... // nú er p ekki í löglegu ástandi
```


Point2D

Lausnin er að láta Point2D vera óbreytanlegan (Immutable).

```
public class Point2d {
    private final double x,y;
    public Point2D(double x, double y) {
        this.x = x;
        this.y = y;
    }
    public double getX() { return x;}
    public double getY() { return y;}
}
```

Nú er ekki hægt að breyta p, við getum bara búið til nýja hluti.

String klasinn

String klasinn sem geymir strengi í Java er óbreytanlegur.

```
String s = "Hello";  
String r = s;  
for (int i = 0; i < 10; i++) {  
    s += i;  
}
```

```
System.out.println(s);  
System.out.println(r);
```

Hvað prentast út?

Immutable

Óbreytanlegir hlutir kosta aðeins meira

- Þurfum að búa til nýjan hlut í hvert skipti sem við viljum breyta einhverju
- Nýir hlutir verða til í kös (heap) og kosta minni
- Ruslasafnarinn fær nóg að gera
- Auðveldara að skrifa rétt forrit með óbreytanlegum hlutum
- Margir partar forrits geta deilt sama óbreytanlega hlut (þ.e. tilvísun) án þess að hafa áhyggjur.

Rectangle

Notum Point2D til að búa til ferhyrningaklasa

```
public class Rectangle {  
    // tilviksbreytur ...  
  
    public Rectangle(double x0, double y0,  
                    double x1, double y1) { ... }  
    public Rectangle(Point2D p1, Point2D p2) { ... }  
  
    public double getWidth() { ... }  
    public double getHeight() { ... }  
    public Point2D getPos() { ... }  
}
```

Hvernig eigum við að geyma gildin? Hvaða tilviksbreytur?