

TÖL201G - Stærðfræði og reiknifræði

Vikublað 9

Skilafrestur er til föstudagsins 24. mars kl. 23:59.

1 Tímadaemi

Dæmi A

Fylgið leiðbeiningum í dæmi 1 og svarið eftirfarandi spurningum.

- Sýnið að C er vinstri andhverfa A .
- Athugið hvort C sé hægri andhverfa A .
- Skrifðið upp jöfnuhneppið sem jafngildir $Ax = 0$

Dæmi B

Búið til $k \times k$ slembifylki í numpy og athugið hvort að dálkarnir séu línulega óháðir með því að nota QR-þáttun, Gram-Schmidt reikniritið eða linalg.solve

Keyrið þetta 1000 sinnum fyrir $k=10$ og athugið hve oft dálkarnir eru línulega óháðir.

2 Heimadaemi

Dæmi 1

Látum A vera fylkið

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 4 & 6 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

og C vera fylkið

$$C = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -11 & -10 & 16 \\ 7 & 8 & -11 \end{bmatrix}$$

- Eru dálkar A línulega óháðir?
- Finnið lausn á jöfnunni $Ax = b$ fyrir

$$b = \begin{bmatrix} -7 \\ 10 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

með því að nýta ykkur vinstri andhverfu A .

Dæmi 2

Búið til 1000×1000 fylki A af slembitölum og slembivigur b af stærð 1000 í numpy. Leysið jöfnuna $Ax = b$ á þrjá mismunandi vegu og berið saman hve góð lausnin er með því að skila $\|Ax - b\|$ fyrir hverja lausn fyrir sig (þessi tala á að vera mjög nálægt núlli). Mælið líka tímann með því að nota `%timeit` galdraskipunina. Athugið að hafa alla útreikninga með í tímamælingum.

- Með því að finna andhverfuna A^{-1} og reikna svo $x = A^{-1}b$
- Með því að finna QR-þáttun á $A = QR$ og reikna $x = R^{-1}Q^Tb$
- Með því að nota QR-þáttun en leysa jöfnuna $Rx = Q^Tb$ með `scipy.linalg.solve_triangular` fallinu
- Með því að nota `np.linalg.solve` fallið

Dæmi 3

Vandermonde fylki er $m \times n$ fylki á forminu

$$V = \begin{bmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 & \cdots & t_1^{n-1} \\ 1 & t_2 & t_2^2 & \cdots & t_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & t_m & t_m^2 & \cdots & t_m^{n-1} \end{bmatrix}$$

þar sem $t_1, \dots, t_m$ eru m tölur. Gerum ráð fyrir að tölurnar séu allar ólíkar. Sýnið að dálkar Vandermonde fylkis eru línulega óháðir ef $m \geq n$. *Vísbending:* Þið getið notað eftirfarandi setningu úr algebru: ef k -ta stigs margliða hefur $k + 1$ eða fleiri rætur þá eru allir stuðlarnir 0 (sjá líka lýsingu bls. 101-102 í bók)