

TÖL201G - Stærðfræði og reiknifræði

Vikublað 8

Skilafrestur er til föstudagsins 17. mars kl. 23:59.

1 Tímadæmi

Dæmi A

Reiknið dæmi 1, nema fyrir þessi tvö tilfelli.

1. Aa
2. $(DA)^T b$

Dæmi B

Skoðið dæmi 3 á heimadæmum til að sjá skilgreininguna á Hadamard fylkjum. Sýnið með útreikningum að dálkarnir í fylkjunum eru línulega óháðir (og mynda því grunn) fyrir H_1, H_2, H_4 .

2 Heimadæmi

Dæmi 1

Reiknið í höndunum út frá skilgreiningum og athugið svörin ykkar með því að reikna þau út í numpy. Athugið að fylkjamargföldun er framkvæmd með `dot` fallinu, t.d. `C = np.dot(A, B)` eða `C = A.dot(B)` og bylta fylkið fæst með `A.T`. Ef einhverjar aðgerðir eru ekki vel skilgreindar, takið þá fram af hverju.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 4 & 6 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -0.5 \\ 0 & 1 & 2.5 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad a = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

1. Bb
2. $a^T B$
3. $b^T AB$
4. $a^T BA^T Da$

Dæmi 2

Útfærið Gram-Schmidt reikniritið í numpy (sjá uppkast á Notebook). Notið einungis einföld föll eins og `dot` og `norm` fyrir útfærsluna.

Dæmi 3

Hadamard fylki (einnig kölluð Walsh fylki) eru skilgreind með endurkvæmri skilgreiningu.

$$\begin{aligned}H_1 &= [1] \\H_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \\H_4 &= \begin{bmatrix} H_2 & H_2 \\ H_2 & -H_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \\&\vdots \\H_{2^k} &= \begin{bmatrix} H_{2^{k-1}} & H_{2^{k-1}} \\ H_{2^{k-1}} & -H_{2^{k-1}} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Skrifið numpy fall sem skilar Hadamard fylkinu af stærð 2^n og keyrið fyrir $n = 10$, beytið Gram-Schmidt aðferð úr dæmi 2 til að ákvarða hvort dálkarnir séu línulega óháðir. Mælið tímann sem tekur að keyra aðferðina á þessu fylki.