

TÖL201G - Stærðfræði og reiknifræði

Vikublað 5

1 Tímadaemi

Dæmi A

Finnið minnstu jákvæðu rót á fallinu

$$f(x) = x - e^{-x^2}$$

Dæmi B

Skoðið fallið

$$f(x) = x \cdot e^x - 1$$

og finnið lausn með aðferð Newtons. Hversu margar ítranir þarf eftir því hver upphafspunkturinn er? Lendir aðferðin einhvern tíman í óendanlegri lykkju?

2 Heimadaemi

Skilafrestur er til **föstudagsins 10. febrúar kl. 23:59**.

Í öllum dæmum að neðan má nota kóða sem var gefinn á Notebook blöðum, t.d. fyrir helmingunarleit, aðferð Newtons og sniðilsaðferð. Skilið öllum öðrum kóða sem þið notið til að finna lausnir.

Dæmi 1

Skoðum föllin $f(x) = e^x$ og $g(x) = e^x - x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6}$ reiknum afleiðuna á bili af lengd 10^{-4} í kringum punktinn $x = 0$.

1. Teiknið graf af mismuninum á afleiðunni $f'(x), g'(x)$ og tölulegu nálguninni með miðpunktsaðferð og $h = 10^{-8}$ á bilinu.
2. Teiknið graf af mestu skekkju á þessu bili sem fall af h . Notið minnkandi veldi af 10 sem h og teiknið skekkjuna með $10 \leq h \leq 100$ kvarða til að sjá stærðargráðuna.
3. Útskýrið af hverju fást mismunandi bestu h gildi fyrir þessi tvö föll. (Vísbending: Hvert var gildið á besta h skv. þumalputtareglu úr fyrirlestri?)

Dæmi 2

Finnið minnstu jákvæðu rót fyrir eftirfarandi fall með því að nota helmingunarleit

$$f(x) = e^{-x} - \sin(x)$$

Lýsið hvernig þið funduð löglegt upphafsbil og hvernig þið getið verið viss um að þetta sé í raun minnsta jákvæða rótin.

Dæmi 3

Skoðið fallið $f(x) = x \cdot e^x - 1$ og leysið jöfnuna $f(x) = 0$ með Newtons og sniðilsaðferð.

1. Teiknið upp fyrstu 3 línur af Newtons aðferð með upphafspunkt $x_0 = 1$, þ.e. línur í gegnum punktinn $(x_i, f(x_i))$ og merkið inn skurðpunkta á x -ás
2. Teiknið upp fyrstu 3 sniðla með sniðilsaðferð með upphafspunkta $x_0 = 2, x_1 = 1$.
3. Berið saman hversu margar ítranir og hversu oft var kallað á $f(x)$ og $f'(x)$ fyrir þessar tvær lausnaraðferðir. Notið sömu stöðvunarskilyrði og gefin voru í fyrirlestri.

Skoðið http://matplotlib.org/api/pyplot_api.html til að sjá dæmi um hvernig á að teikna ýmsustu línur á grafið.